Devoir surveillé 8 : Dérivation, Suite numérique

Il sera tenu compte dans la notation de la propreté ainsi que de la justification apportée à chacune des réponses.
Le barème est donné à titre indicatif. Il pourra être modifié ultérieurement.
L'usage de la calculatrice est ***autorisé****.* *Durée : 1 heure*

Exercice 1 : **3 points**

Soit u la suite définie par $u_0 = 3$ et $u_n = 2n + 3$.

1. La suite est-elle définie par une formule explicite ou de récurrence ?
2. Calculer u_1, u_2 et u_3.
3. Préciser le sens de variation apparent de la suite puis le démontrer.
4. Représenter la suite sur le graphique de l'**ANNEXE 1**.

Exercice 2 : **8 points**

Les parties A, B et C sont totalement indépendantes les unes des autres.

Partie A

Une équipe de chercheur tente de mettre au point une pile électrique d'un genre nouveau. Pour cela plusieurs expériences sont menées.

Lors d'une manipulation, on fait des relevés de différence de potentiel.

Ces valeurs sont données dans le tableau suivant :

a	-4	-2	0	2	6
$f(a)$	2	-1	3.5	5	5
$f'(a)$	-1	0	1	-0.5	1

1. Dans un repère orthonormé donné dans l'**ANNEXE 2**, placer les points connus de la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.
2. Tracer sur l'**ANNEXE 2**, les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ en ces points.
3. Tracer sur l'**ANNEXE 2** une allure possible de la courbe représentative de la fonction f.

Partie B

L'expérience précédente étant un fiasco, le chef d'équipe décide de faire une étude purement théorique.

Il modélise la différence de potentiel par la fonction :

$$g(x) = \frac{3x^2 - 29}{x + 25}$$

1. Donner l'ensemble de définition $\mathscr{D}_g$ ainsi que l'ensemble de dérivabilité $\mathscr{D}_{g'}$ de la fonction g.
2. Calculer $g'(x)$
3. Calculer $g'(3)$. En donner une interprétation graphique.
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 3.

Partie C

Après que toutes les phases de tests se soient déroulés, l'équipe décide de mettre sur le marche sa pile électrique.

Le bénéfice réalisé par la société, en milliers d'euros, pour x milliers de pile fabriqués et vendus, est donné par la fonction suivante :

$$B(x) = -0.5x^2 + 5x - 8 \text{ avec } x \in [0;9]$$

1. Déterminer le bénéfice associé à la production et la vente de 3000 piles électriques
2. Résoudre l'équation $B(x) = 0$. Donner une interprétation des résultats obtenus dans le contexte de l'exercice.
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer le bénéfice maximal. Pour combien de pile électrique produites et vendues est-il obtenu ?

Exercice 3 : **9 points**

Une ville établit une étude sur la croissance de sa population et celle de sa consommation d'eau.

PARTIE A : Étude de l'évolution de la population

En 2010, l'agglomération avait une population de 50000 habitants, contre 52250 en 2011.

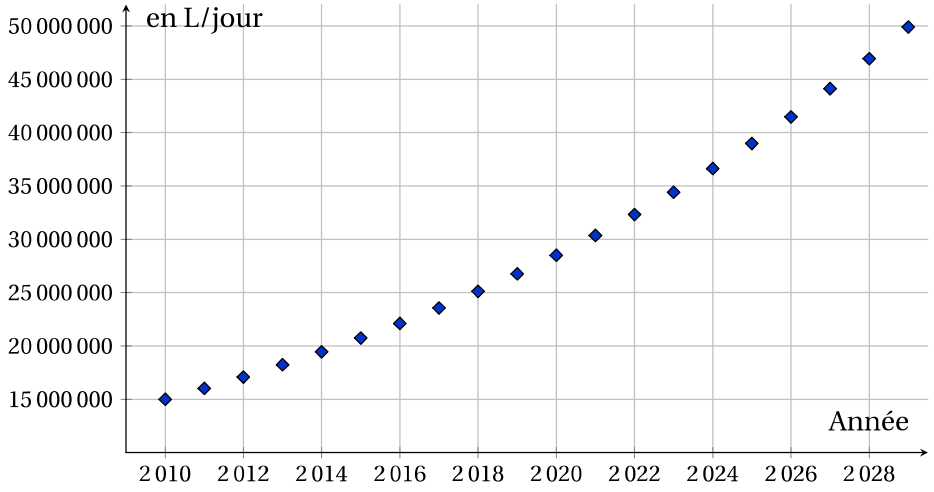
1. Montrer qu'entre 2010 et 2011, la population a augmenté de 5%.
2. On note P_0 la population en 2010 et P_1 celle en 2011. En supposant une augmentation annuelle de 5%, calculer P_2, la population en 2012.
3. D'une façon générale, on notera P_n la population prévue de l'année $2010 + n$. On considérera une augmentation annuelle de 5%, et on considère la suite (Pn).
   a. Justifier qu'une augmentation de 5% correspond a une multiplication par 0.95.
   b. Exprimer P_{n+1} en fonction de P_n.
   c. Calculer P_5 arrondi à 100 près et interpréter le résultat.

PARTIE B : Étude de l'évolution de la consommation d'eau

Le tableau ci-dessous indique la consommation moyenne d'eau par habitant, en litre par jour

	A	B	C	D	E
1	Années	Rang n	Population P_n	Consommation moyenne par jour en L/hab	Quantité d'eau nécessaire pour l'agglomération en L/jour
2	2010	0	50000	300	15000000
3	2011	1	52500	305	
4	2012	2			

1. On suppose que sur cette période, la variation de consommation est constante. Par quelle suite peut-on modéliser la consommation d'eau?
2. On se propose de calculer automatiquement les quantités d'eau à prévoir pour les années à venir. On considère la feuille de calcul ci-dessous.
   a. Avec l'hypothèse d'une augmentation annuelle de la population de 5%, quelle formule doit-on saisir dans la cellule $C3$ pour compléter la colonne C par recopie automatique vers le bas.
   b. Avec l'hypothèse d'une augmentation annuelle de la consommation journalière par habitant de 5L/jour, quelle formule doit-on saisir dans la cellule $D3$ pour compléter la colonne D par recopie automatique vers le bas.
   c. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule $E2$ pour compléter la colonne E par recopie automatique vers le bas.
3. La quantité journalière d'eau, en litre, à prévoir pour satisfaire les besoins de la population totale est représentée ci-dessous.

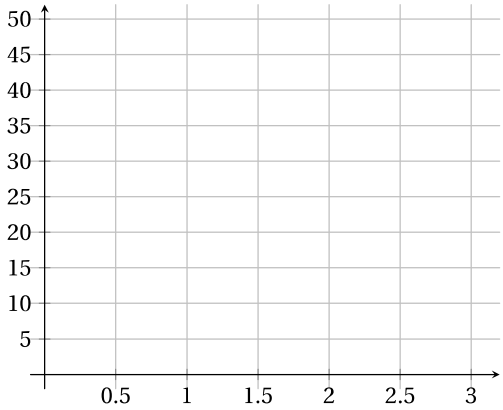


   a. Déterminer le sens de variation de la suite correspondante.
   b. En quelle année la consommation aura-t-elle doublé par rapport à celle de 2010

NOM : Prénom : Classe : .

ANNEXE 1 :

Figure de l'exercice 1



ANNEXE 2 :

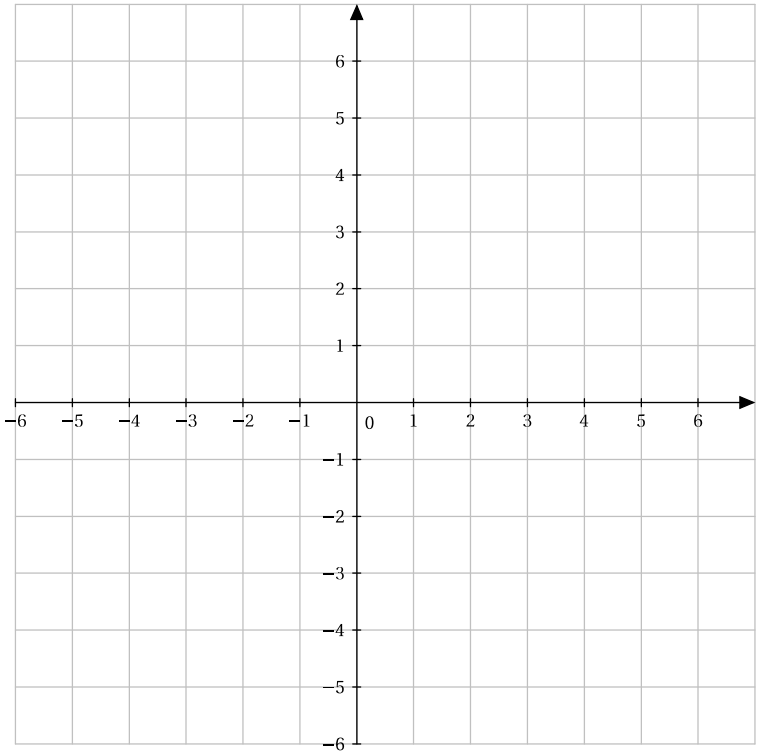



Figure de l'exercice 2